

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ДИПЛОМАТИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ МИД РОССИИ**

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе и молодежной политике

А.А. Данельян

« 25 » 09 2023 г.



**ПРОГРАММА ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ВСТУПИТЕЛЬНОГО
ИСПЫТАНИЯ ПО МАТЕМАТИКЕ
ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В БАКАЛАВРИАТ В 2024 ГОДУ**

Москва, 2023

Настоящая программа общеобразовательного вступительного испытания разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования и

Федеральным государственным стандартом основного общего образования с учётом необходимости соответствия уровню сложности ЕГЭ по математике.

Цель экзамена — установить уровень знаний абитуриентов по математике.

Вступительный экзамен по математике при поступлении на программы бакалавриата проводится для абитуриентов, имеющих право сдавать внутренние вступительные испытания, проводимые Академией самостоятельно, в соответствии с Порядком приема на обучение по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденным приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 21 августа 2020 г. № 1076.

Требования к уровню подготовки абитуриентов

На экзамене по математике поступающий в высшее учебное заведение должен **показать:**

- а) четкое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение применять их с достаточным основанием при решении задач;
- б) умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- в) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение использовать их при решении задач.

Для выполнения письменной работы экзаменуемый должен **уметь:**

- 1) выполнять (без калькулятора) действия над числами и числовыми выражениями; преобразовывать буквенные выражения; производить операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение); переводить одни единицы измерения величин в другие;
- 2) сравнивать числа и находить их приближенные значения (без калькулятора); доказывать тождества и неравенства для буквенных выражений;

3) решать уравнения, неравенства, системы и исследовать их решения; исследовать функции; строить графики функций и множеств точек на координатной плоскости, заданные уравнениями и неравенствами с параметрами;

5) изображать геометрические фигуры на чертеже; делать дополнительные построения; строить сечения; исследовать взаимное расположение фигур; применять признаки равенства, подобия фигур и их принадлежности к тому или

иному виду;

6) пользоваться свойствами чисел, векторов, функций и их графиков, свойствами арифметической и геометрической прогрессий;

7) пользоваться свойствами геометрических фигур, их характерных точек, линий и частей, свойствами равенства, подобия и взаимного расположения фигур;

8) пользоваться соотношениями и формулами, содержащими модули, степени, корни, логарифмические, тригонометрические выражения, величины углов, длины, площади, объемы;

9) составлять уравнения, неравенства и находить значения величин, исходя из условия задачи;

10) излагать и оформлять решение логически правильно, полно и последовательно, с необходимыми пояснениями.

Содержание программы

Алгебра

1. Числа, корни и степени
 - 1.1. Целые числа
 - 1.2. Степень с натуральным показателем
 - 1.3. Дроби, проценты, рациональные числа
 - 1.4. Степень с целым показателем
 - 1.5. Корень степени $n > 1$ и его свойства
 - 1.6. Степень с рациональным показателем и ее свойства
 - 1.7. Свойства степени с действительным показателем
2. Основы тригонометрии
 - 2.1. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла
 - 2.2. Радианная мера угла
 - 2.3. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа

- 2.4. Основные тригонометрические тождества
- 2.5. Формулы приведения
- 2.6. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов
- 2.7. Синус и косинус двойного угла
- 3. Логарифмы
 - 3.1. Логарифм числа
 - 3.2. Логарифм произведения, частного, степени
 - 3.3. Десятичный и натуральный логарифмы, число e
- 4. Преобразования выражений
 - 4.1. Преобразования выражений, включающих арифметические операции
 - 4.2. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень
 - 4.3. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени
 - 4.4. Преобразования тригонометрических выражений
 - 4.5. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования
 - 4.6. Модуль (абсолютная величина) числа

Уравнения и неравенства

- 5. Уравнения
 - 5.1. Квадратные уравнения
 - 5.2. Рациональные уравнения
 - 5.3. Иррациональные уравнения
 - 5.4. Тригонометрические уравнения
 - 5.5. Показательные уравнения
 - 5.6. Логарифмические уравнения
 - 5.7. Равносильность уравнений, систем уравнений
 - 5.8. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными
 - 5.9. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных
- 6. Неравенства
 - 6.1. Квадратные неравенства
 - 6.2. Рациональные неравенства
 - 6.3. Показательные неравенства
 - 6.4. Логарифмические неравенства

6.5. Системы линейных неравенств

6.6. Метод интервалов

Функции

7. Определение и график функции

7.1. Функция, область определения функции

7.2. Множество значений функции

7.3. График функции. Примеры функциональных зависимостей

7.4. в реальных процессах и явлениях

7.5. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия

относительно осей координат

8. Элементарное исследование функций

8.1. Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания

8.2. Четность и нечетность функции

8.3. Периодичность функции

8.4. Ограниченность функции

8.5. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции

8.6. Наибольшее и наименьшее значения функции

9. Основные элементарные функции

9.1. Линейная функция, ее график

9.2. Квадратичная функция, ее график

9.3. Степенная функция с натуральным показателем, ее график

9.4. Тригонометрические функции, их графики

9.5. Показательная функция, ее график

9.6. Логарифмическая функция, ее график

Начала математического анализа

10. *Понятие дифференцирования.*

10.1. Понятие о производной функции, геометрический смысл производной

10.2. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком

10.3. Уравнение касательной к графику функции

10.4. Производные суммы, разности, произведения, частного

10.5. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков

10.6. Вторая производная и ее физический смысл

10.7. Применение производной к исследованию функций и построению график

Геометрия

11. Планиметрия

11.1. Треугольник

11.2. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат

11.3. Трапеция

11.4. Окружность и круг

11.5. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника описанная около треугольника

11.6. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника

11.7. Правильные многоугольники.

11.8. Вписанная окружность и описанная

12. Прямые и плоскости в пространстве

12.1. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых

12.2. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства

12.3. Параллельность плоскостей, признаки и свойства

12.4. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трех перпендикулярах

12.5. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства

13. Многогранники

13.1. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма

13.2. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в Параллелепипеде

13.3. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида

13.4. Сечения куба, призмы, пирамиды

13.5. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр)

14. Тела и поверхности вращения

14.1. Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

14.2. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка

14.3. Шар и сфера, их сечения

15. Измерение геометрических величин

15.1. Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности

15.2. Угол между прямыми в пространстве; угол между прямой и плоскостью, угол

15.3. Длина отрезка, ломаной, окружности, периметр многоугольника

15.4. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми, расстояние между параллельными плоскостями

15.5. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора

15.6. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы

15.7. Объем куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара

16. Координаты и векторы

16.1. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве

16.2. Формула расстояния между двумя точками; уравнение сферы

16.3. Вектор, модуль вектора, равенство векторов; сложение векторов и умножение вектора на число

16.4. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам

16.5. Компланарные векторы. Разложение по трем некомпланарным векторам

16.6. Координаты вектора; скалярное произведение векторов; угол между векторами

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

17. Элементы комбинаторики

17.1. Поочередный и одновременный выбор

17.2. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона

18. Элементы статистики

18.1. Табличное и графическое представление данных

18.2. Числовые характеристики рядов данных

19. Элементы теории вероятностей

19.1. Вероятности событий.

19.2. Алгебра событий.

Требования при сдаче экзамена по математике

1. Экзамен проводится в письменной форме.

2. Продолжительность вступительного экзамена по математике составляет 235 минут.

Экзаменационный билет содержит 19 заданий (задач), соответствующих содержанию тем программы (п. II). Первая часть содержит 8 заданий с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Вторая часть содержит 4 задания повышенного уровня сложности с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Третью часть экзаменационной работы составляют 7 заданий с развернутым ответом повышенного уровня сложности (полная запись решения с обоснованием выполненных действий). Все задачи строго соответствуют примерной программе по математике для поступающих в российские высшие учебные заведения в 2024 году.

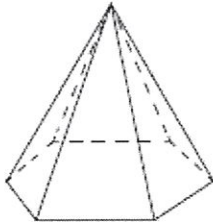
3. Поступающие могут пользоваться линейкой, не содержащей справочной информации, для построения чертежей и рисунков.

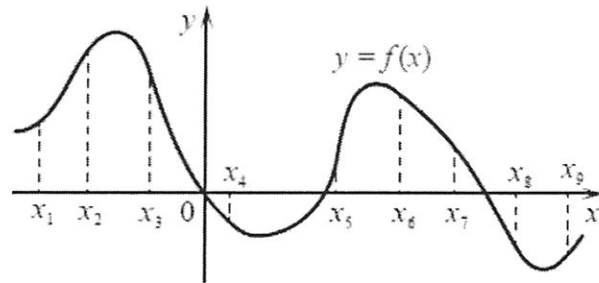
4. Абитуриентам запрещается иметь при себе и использовать средства связи и электронно-вычислительной техники, за исключением случаев, установленных нормативными правовыми актами Российской Федерации.

5. По окончании выполнения задания экзаменационная работа сдается членам приёмной комиссии.

6. При проведении вступительного испытания с использованием дистанционных технологий, письменная часть экзамена сохраняется и отправляется почтовым сообщением на почту приемной комиссии.

Образец контрольно-измерительных материалов.

Часть 1	
	Стороны параллелограмма равны 24 и 27. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 18. Найдите высоту, опущенную на бóльшую сторону параллелограмма.
	Даны векторы $\vec{a} = (1; 2)$, $\vec{b} = (3; -5)$ и $\vec{c} = (-2; 6)$. Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
	Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 22, боковые ребра равны 61. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды. 
	На экзамен вынесено 60 вопросов, Андрей не выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадет выученный вопрос.
	В ящике четыре красных и три синих фломастера. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?
	Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} = 4^x$
	Найдите $5\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -0,2$
	На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены девять точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. В скольких из этих точек производная функции $f(x)$ отрицательна?



Часть 2

Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель — целое число от -2 до 2 .

Составители рейтинга считают, что информативность публикаций ценится втрое, а объективность — вдвое дороже, чем оперативность. Таким образом, формула приняла вид

$$R = \frac{3In + Op + 2Tr}{A}$$

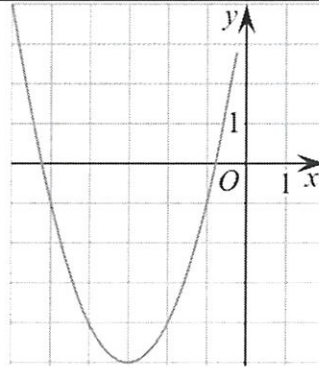
Найдите, каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели максимальны, получило бы рейтинг 30 .

0

В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8%, а в 2010 году — на 3% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?

1

На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите $f(1)$.



2

Найдите наибольшее значение функции

$$y = \frac{x^2 + 36}{x}$$

на отрезке $[-17; -1]$

Часть 3

3

а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$$

4

Длина ребра куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равна 1.

а) Докажите, что точки B и C_1 равноудалены от плоскости ACD_1

б) Найдите расстояние от вершины B до плоскости ACD_1 .

5

Решите неравенство

$$\left((x+1)^{-1} - (x+6)^{-1}\right)^2 \leq \frac{|x^2 - 10x|}{(x^2 + 7x + 6)^2}$$

6

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	$0,2S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором общая сумма выплат будет больше 10 млн. рублей.

Ответ.

7 В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания AB равна 3, а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. На рёбрах AB , A_1B_1 и B_1C_1 отмечены точки M , N и K соответственно, причём $AM=B_1N=C_1K=1$.

а) Пусть L – точка пересечения плоскости MNK с ребром AC . Докажите, что $MNKL$ – квадрат.

б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью MNK .

8 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a, \\ 2xy = 2a - 1 \end{cases}$$

имеет ровно два решения. Проиллюстрируйте решение графически.

9 По кругу в некотором порядке по одному разу написаны натуральные числа от 9 до 18. Для каждой из десяти пар соседних чисел нашли их наибольший общий делитель.

а) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители равны 1?

б) Могло ли получиться так, что все наибольшие общие делители попарно различны?

в) Какое наибольшее количество попарно различных наибольших общих делителей могло при этом получиться?

Критерии оценки экзаменационного ответа

Распределение баллов к задачам

Задание	Баллы	Тип задания
1	4	тип 1
2	4	
3	4	
4	4	
5	4	
6	4	
7	4	
8	4	
9	5	тип 2
10	5	
11	5	
12	5	
13	6	тип 3
14	6	
15	6	
16	6	
17	7	
18	8	
19	9	
	100	

Каждое из *заданий 1–12* считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий *13–19*, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ,

выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается 0 баллов.

Задание 13

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы во всех пунктах	6
Обоснованно получен верный ответ в одном из пунктов; полученные неверные ответы связаны с вычислениями, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	6

Задание 14

Содержание критерия	Баллы
Верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i>	6
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	4
Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>б</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>б</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	6

Задание 15

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	6
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением/включением граничных точек, ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	4
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	6

Задание 16

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	6
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	4
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	6

Задание 17

Содержание критерия	Баллы
Верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i>	7
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> и при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	5

Имеется верное доказательство утверждения пункта <i>a</i> , ИЛИ при обоснованном решении пункта <i>b</i> получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>b</i> с использованием утверждения пункта <i>a</i> , при этом пункт <i>a</i> не выполнен	3
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	7

Задания 18

Содержание критерия	Баллы
Проведено исследование системы, обоснованно получен верный ответ, приведен график	8
Получен верный ответ, но нет строгого обоснования	5
Получен неверный ответ из-за вычислений, но при этом проведен анализ задачи и построена иллюстрация	3
Проявлено понимание постановки задачи и верно указаны шаги решения	2
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	8

Задание 19

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> , <i>b</i> и <i>в</i>	9
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i> и обоснованно получен верный ответ в пунктах <i>a</i> или <i>b</i>	6
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> и <i>b</i> ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>в</i>	4
Обоснованно получен верный ответ в пунктах <i>a</i> или <i>b</i>	2

Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	9

Максимальный балл – 100.

Экзамен считается сданным, если поступающий набирает не менее минимального количества баллов, установленного Правилами приема в Академию.

Все вопросы, касающиеся несогласия абитуриентов с полученными оценками, решаются Апелляционной комиссией.

Программа разработана

доцентом кафедры «Мировая экономика»
канд. физ.-мат. наук Юрченко А.А.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс. Базовый уровень (в двух частях). Ч. 1 : учебник / А. Г. Мордкович, П. В. Семенов, Л. А. Александрова, Е. Л. Мардахаева. - Москва : Издательство "Просвещение", 2022. - 224 с. - ISBN 978-5-09-099476-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1918522> (дата обращения: 22.10.2023)
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа 10-11 классы (базовый и углубленный уровень) : учебник / Ш. А. Алимов, М. В. Ткачева, Н. Е. Федорова [и др.]. - 7-е изд. - Москва : Просвещение, 2022. - 464 с. - ISBN 978-5-09-099445-3. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1927172> (дата обращения: 22.10.2023). – Режим доступа: по подписке.
3. ЕГЭ-2024. Математика. Профильный уровень. 40 тренировочных вариантов по демоверсии 2023 года легион / Под ред. Лысенко Ф.Ф., Калабухова С.Ю. – М.: Издательство «Легион», 2023. – 368 с.
4. ЕГЭ 2024 Математика : тематические тренировочные задания / Под ред. В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина М.Н. — М : Издательство «Эксмо-Пресс», 2023. - 208 с.
5. Мальцев Д.А., Мальцев А.А., Л.И. Мальцева. Математика. Подготовка к ЕГЭ 2024. Профильный уровень. 46 тестов + задачник – Ростов-на-Дону : Издательство «Народное образование», 2023. – 232 с.
6. Слонимский Л.С., Слонимская И.С. Математика. Весь школьный курс в таблицах и схемах для подготовки к ЕГЭ. – М.: Издательство «АСТ», 2022. – 190 с.
7. Ячменев, Л. Т. Математика в примерах и задачах для подготовки к ЕГЭ и поступлению в ВУЗ: Учебное пособие / Ячменев Л.Т., - 2-е изд., доп. - Москва : Вузовский учебник, НИЦ ИНФРА-М, 2022. - 336 с. - ISBN 978-5-9558-0401-9. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1855513> (дата обращения: 22.10.2023). – Режим доступа: по подписке.